

DOI:10.13288/j.11-2166/r.2024.24.005

基于阴阳显潜升降模型推导河图、洛书、先天八卦图及太极图

——阴阳理论现代化表达的逻辑框架

陈瑞祥✉

北京中医药大学中药学院,北京市房山区阳光南大街良乡高教园区,102488

[摘要] 基于阴阳显潜升降模型统一推导河图、洛书、先天八卦图与太极图。首先给出无极、太极、阴阳、三才、四象、五行、三阴三阳等概念的几何生成模型,然后详细讨论阴阳的显潜升降模型,进而得到阴阳变化基础模型。将阴阳变化基础模型分为离散变化与连续变化。离散变化包括四分模型、八分模型以及 n 分模型。连续变化包括圆周运动模型以及简谐振动模型。由四分模型可以推导出河图与洛书。由八分模型可以推导出先天八卦图、河图与洛书。由简谐振动模型可以推导出太极图以及阴阳基本运动规律。最后给出了阴阳理论现代化表达的逻辑框架。

[关键词] 阴阳显潜升降模型; 阴阳简谐振动模型; 河图; 洛书; 先天八卦图; 太极图

一般来说,历史发展顺序与理论体系的逻辑顺序并不一致。本文以阴阳显潜升降模型为起点进行理论推导,属于理论体系的逻辑顺序。在中国传统文化包括中医理论基础中有一条非常明显的逻辑主线:无极、太极、阴阳、三才、四象、五行、三阴三阳、七曜、八卦、九宫等。每项内容又具有从抽象模型到具体应用的演绎逻辑关系。演化主线与演绎支线共同形成了中国传统文化的一个纵横网络体系。下面从一些基本概念的几何生成模型开始讨论。

1 中国传统文化中一些基本概念的几何生成模型

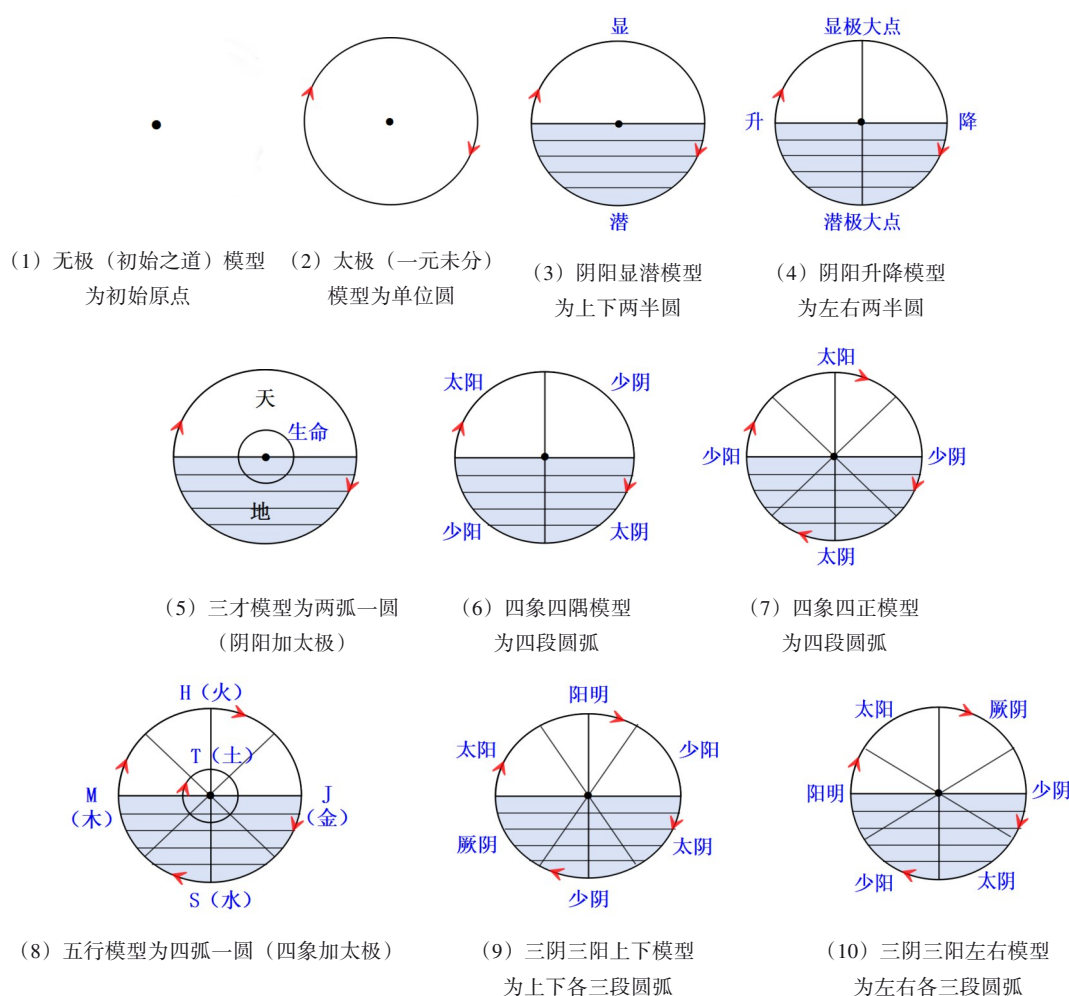
中国传统文化特别是中医理论基础中一些基本概念的几何生成模型^[1]如图1所示。图1中未列出七曜、八卦与九宫。其中八卦与九宫在系列论文中已经涉及。七曜涉及多个周期,篇幅所限,另做讨论。在图1系列模型中,不同抽象模型之间具有演化关系。每个抽象模型可以推演出所在系统的具体内容,即具有统一性和演绎关系。每个抽象模型的具体含义非常广泛,包括天象、地象与生命之象。下面对图1做简要说明。

在图1中,涉及“道”和“无极”的概念。一般

认为,“道”和“无极”概念首见于《道德经》,“太极”一词目前最早见于《庄子·大宗师》和《易传·系辞上》。《道德经》云:“道可道,非常道。”“道生一,一生二,二生三,三生万物。”“天下万物生于有,有生于无。”《易传·系辞传上》云:“是故易有太极,是生两仪,两仪生四象,四象生八卦。”《吕氏春秋》云:“太一生两仪,两仪生阴阳”(《大乐》),此处太一指太极,两仪指天地^{[2]57}。周敦颐《太极图说》云:“无极而太极。太极动而生阳,动极而静,静而生阴。静极复动。”由上可以得到如下基本印象:1) 无极或“道”(道在不同层次有不同表现形式,此时指初始性或超越性之道),具有初始性、超越性、空无性、创生性。2) 太极或“一”,具有本原性、整体性、全体性、统一性、演生性。为便于记忆也可以用“一”组成的词汇进行概括:第一(本原性)、一个(整体性),一切(全体性),统一(统一性或一元性)。有趣的是,“一切”可理解为将“一”进行切分,即“一切”(或全体)由“一”而来,反映了太极具有“一生多”的演生性。3) 阴阳或“二”,具有二元性与互补性。

在图1中,无极对应“初始原点”,代表尚未生成系统。初始原点通常具有超越性。超越性通常

✉ 通讯方式:13671050389@163.com



注：在四象四隅模型中，采用显潜升降交叉划分。图 (6) 先用升降区分阴阳，后用显潜确定大小。对称情况（先显潜后升降）类同，此时未画图。在四象四正模型中，采用显潜升降交叉划分。图 (7) 先用显潜确定太阳太阴，后用升降确定少阳少阴。对称情况（先升降后显潜）类同，此时未画图。在三阴三阳上下模型中，采用显潜升降交叉划分。图 (9) 先用显潜区分阴阳，后用升降确定大小。三阴三阳左右模型中，采用显潜升降交叉划分。图 (10) 先用升降区分阴阳，后用显潜确定大小。

图1 中国传统文化中一些基本概念的几何生成模型

Figure 1 Geometric generative models of some basic concepts of traditional Chinese culture

指在某系统内无法完整认知、体验和表述，因此对于该系统内的观察者来说，超越性意味着奇异性、空无性、开放性。超越性可分为相对超越性与绝对超越性，普遍存在于自然和文化系统中。在数学中，数字0、空集与无极具有相似性或对应性。它们作为初始概念具有超越性和规定性，例如，规定：空集是任意集合的子集，规定（结合运算法则）： $a^0 = 1(a \neq 0)$ 、 $0! = 1$ ，零向量与任意向量共线、平行和垂直等。

在图1中，太极对应单位圆，代表系统原始未分状态或整体统一状态，是“本原之有”。从无极到太极是“从无到有”，具有“创生性”。从太极到万物是“一生多”，具有“演生性”。在数学中，单

位圆、数字1、全集与太极具有相似性或对应性。因此从无极到太极可以对应于：由初始原点到单位圆、由0到1、由空集到全集。从太极到万象可以对应于：对单位圆进行划分或组合可以得到其后模型；对数字1进行分割和演化，可以得到分数、负数、有理数、实数、复数；对全集进行划分和运算可以得到该系统内的具体结构和内容。在《阴阳的集合划分定义》中，阴阳基本方程组为： $A \cap B = \emptyset$ ， $A \cup B = I$ ，说明了太极对应于全集，而阴阳是对于太极的二元对立划分。在后面的阴阳简谐振动模型中，阴值+阳值=常数（常数为区间长度，相当于全集），归一化有：准阴值+准阳值=1。这些都说明了太极与全集和1具有对应性，也说明了阴

阳之上统以太极，而成为一元论^{[2]54}。在中国传统文化的解读中，太阳周日与周年视运动圆周、月球视运动圆周等都可以看成是太极圆周，而各种解读都是对太极圆周进行划分。在太极图中，太极圆周为系统的边界，代表整体性。在中医理论中，元气对应于太极。

无极和太极都具有起始性，历史上经常将两者混淆。两者的关系类似于数字“0”与“1”的关系。自然数是从0开始，还是从1开始？历史上人们一直倾向于从1开始，直到1908年公理集合论的主要创始人德国数学家策梅罗（1871—1953）从公理化角度提出0是自然数，才逐渐被广泛接受。1993年《中华人民共和国国家标准》才确定把0作为自然数^[3]。此外，在计算机中“初始密码”与“原始密码”的区分具有启发性，可以作为参考。“初始密码”是出厂时自带密码，“原始密码”是用户第一次设置使用的密码。显然，“初始密码”在“原始密码”之前，并且“初始密码”不属于“用户系统”的范畴，即“初始密码”对于“用户系统”来说具有超越性。因此，对于“用户系统”来说，“初始密码”对应于0或无极，“原始密码”对应于1或太极。

在图1中，阴阳模型是对太极单位圆的二元对立划分，即上、下半圆与左、右半圆。分别对应“显、潜”和“升、降”两组阴阳基本量。在数学中，二进制数码0与1、奇数与偶数、正数与负数、复数中的实部与虚部、集合中的二元对立划分（或互补集合）与阴阳具有相似性或对应性。从无极、太极到阴阳的演化是对单位圆做切分、是0和1的组合、是对全集做二元对立划分，总之阴阳是由无极、太极演化而来。本文将详细讨论阴阳的显潜升降模型。

在图1中，“三才”模型为两弧一圆，即阴阳加太极（或“二”加“一”）。在中国传统文化中“三”的一个重要文化内涵是在“二”（阴阳）的基础上增加了“中”（即太极或观察者）的理念。例如：上中下、左中右、天地人（人居中）、精气神（精为阴、气为阳、神居中）等。再例如《素问·气交变大论篇》云：“《上经》曰：夫道者，上知天文，下知地理，中知人事，可以长久。此之谓也。”因篇幅所限，本文未列出三分模型和三层模型，另做讨论。

在图1中，四象模型是对太极圆周的四元划分，包括四隅模型和四正模型。四象可以用“显、

潜”和“升、降”的交叉划分进行定义，并且可以写出有序偶表达式。其应用之一是根据模型和定义可以证明中医经典中不同表述方式的统一性。例如在《素问·金匱真言论篇》与《素问·六节藏象论篇》中，对于五脏的表述分别为：心为阳中之阳或阳中之太阳，肺为阳中之阴或阴（原文为阳）中之太阴，肾为阴中之阴或阴中之少阴，肝为阴中之阳或阳中之少阳。脾为阴中之至阴或至阴。以上表述可以从显潜升降模型中统一推导出来。具体参见后续论文。

在图1中，五行模型为四弧一圆（土居中央），即四象加太极，由此得到五行显潜升降模型（五行公理模型）^[1]。利用“显、潜”和“升、降”两组基本量可以定义五行，并且可以写出有序偶表达式。其中，“土居中央”对应中央小圆周，可以写出四种有序偶表达式。五行生克关系也可以用“显、潜”和“升、降”进行定义，继而可以推导出多种生克回路。此后引入系统完整性规定，包括元素完整性和关系完整性，从而可以证明：在系统完整性规定的条件下，中医理论中常用的五角形生克模型唯一成立。不仅在抽象层面上解决了长期存在争议的五行生克问题^[4-5]，而且从抽象系统层面证明了“土居中央”模型比“五角形模型”更基本，即前者是定义，后者是推导出来的定理，两者不是并列关系，而是垂直关系。五行系统从元素个数来说是一个简单系统，然而其特别之处在于，该系统含有中央主体元素“土行”（土居中央），从某种意义上说是主客一体的系统。通过对五行抽象系统的严格论证，不仅可以丰富和完善中医五行理论，而且有助于形成一种新的数学关系（含主体元素的生克关系），体现出中医学与数理科学相互促进的关系。由此再次强调了中医五行理论中“土居中央”的基础性和重要性。不论河图洛书还是传统的五行学说都把“土居中央”放在基础地位。由此可见，所有不能兼容“土居中央”的五行现代研究都是不完备的。此外利用五行显潜升降模型还可以表述五脏、五志、五情、五常、五戒等概念以及治则治法等内容。具体参见后续论文。

在图1中，三阴三阳模型是对太极圆周的六元划分（篇幅所限，模型未全部列出）。根据模型可以给出三阴三阳的有序偶定义，论证三阴三阳的大小顺序及表里关系、手足三阴三阳与六经的关系、三阴三阳的开阖枢模型等。进而讨论五行、三阴三阳与五运六气的关系，给出五运六气的算法模型及

数学公式。

以上概述了一些基本概念的几何生成模型，从中可以窥见其内在的逻辑严谨性。下面讨论本文重点内容，即阴阳的显潜升降模型。

2 阴阳的显潜升降模型（阴阳公理模型）

阴阳显潜升降模型的产生背景主要来自三个方面，一是对太极单位圆周的二元划分（包括上下划分与左右划分）、二是日周期和年周期，即太阳周日和周年视运动，三是简谐振动曲线。如图2所示。

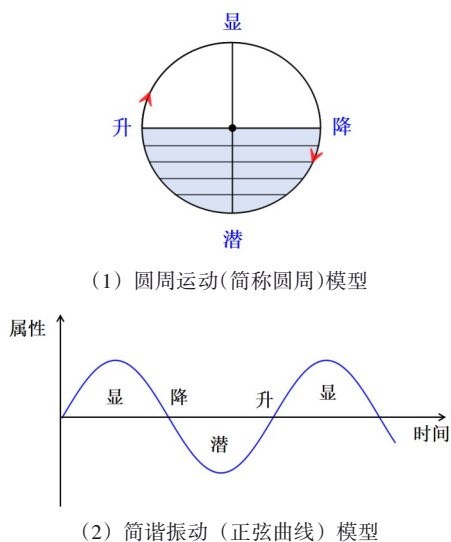


图2 阴阳显潜升降模型

Figure 2 Yin-yang manifesting-subduing ascending-descending model

图2所示模型是阴阳理论的基础模型，称为阴阳显潜升降模型，也可称为阴阳公理模型。周期运动是自然界和人类社会运动的基本形式，而简谐振动和圆周运动又是周期运动的基础。从拓扑学角度来说，一维空间只有两种：直线和圆^[6]，也就是说直线和圆是平面图形中两个基本的拓扑类。从描述阴阳概念的角度来说，圆周运动（匀速，下同）模型与简谐振动模型是等效的。实际上，圆周运动可以分解为两个垂直的简谐振动，特别地，图2（1）在显潜所在直线上投影便可以得到图2（2）。反之，由两个互相垂直并且振幅和频率分别相同，相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 的简谐振动可以合成为圆周运动。从数理分析角度来说，简谐振动模型更基本，原因是根据傅里叶（Fourier, 1768—1830）级数，在一定条件下函数可以展开成三角级数，也就是说，在一定条件下复杂运动可以分解为简谐振动的叠加。然而在分析阴阳、四象、五行的演化过程时，圆周运动模型

更加直观和方便（如五行中的土行^[5]），因此本文主要使用圆周运动模型（以下简称圆周模型）。在圆周模型中，显与潜代表上下两个半圆、升与降代表左右两个半圆。“显”和“潜”是第一级概念，需要根据实际问题确定分界线，例如，在日周期中以日出点和日落点所在直线为分界线，在年周期中以春分点和秋分点所在直线为分界线，由此可见阴阳概念的起点通常是建立在实际问题或实际测量基础之上。“升”和“降”是第二级概念，可以依据显和潜定义为：由潜极大点向显极大点方向运动为上升，由显极大点向潜极大点方向运动为下降。通常规定：显为阳（阳性）、潜为阴（阴性），升为阳（阳性）、降为阴（阴性）。由于在阴阳、四象和五行抽象系统中，基本概念都可以用“显、潜”和“升、降”进行定义，所以“显、潜”和“升、降”是阴阳、四象和五行系统的基本量。“显、潜”“升、降”可以用有序偶（或0、1字符串）表示，例如：（显，潜）=（1，0），（升，降）=（+，-）或<1，0>，由此可以方便给出阴阳、四象、五行等概念的有序偶表达式^[4-5]。

阴阳显潜升降模型具有抽象性和普遍性，可以应用到不同的具体问题中。例如，将图2（1）所示的圆周模型代入到日与年周期坐标系模型中，可以看到该模型在日周期与年周期中的具体含义。如图3所示。

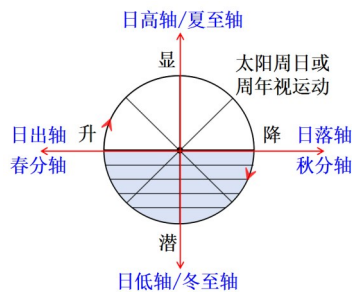


图3 阴阳显潜升降模型在日与年周期中的含义

Figure 3 Implications of yin-yang manifesting-subduing ascending-descending model in the daily and yearly cycles

在日周期中，圆周代表太阳周日视运动轨迹，分界线为日出点和日落点所在直线。显代表白天、南方，潜代表黑夜、北方。升代表日出、东方，降代表日落、西方。在年周期中，圆周代表太阳周年视运动轨迹（或黄道），分界线为春分点和秋分点所在直线。显代表夏天，潜代表冬天。升代表春天，降代表秋天。同样，也可以将模型用到其他具

体问题中。例如在月周期中，显、潜、升、降可以分别代表望月、朔月、上弦月、下弦月。再如在睡眠周期中，显、潜、升、降可以分别代表清醒、睡眠、苏醒、入睡。等。由于不同的具体问题对应于统一的模型，所以通过研究抽象模型所得到的结论可以应用到所有具体问题中。反之，对某具体问题研究出来的结论也可以通过统一模型对应到其他具体问题中。随着划分的细化，四象和五行对事物的描述更加细致。

同样，将图 2（2）所示的正弦曲线模型应用到具体属性变量的周期波动中，可以得到该模型的具体含义。例如：亮度变量做周期交替变化，给定分界线，显为明、潜为暗，升为渐明、降为渐暗。温度变量做周期交替变化，给定分界线，显为热、潜为寒，升为渐热（温）、降为渐寒（凉）。再如位置属性变量，给定分界线，显为上，潜为下，升为向上运动，潜为向下运动。综上所述，阴阳显潜升降模型对于阴阳划分具有抽象性和统一性。

应当指出，一条振动曲线的直观特征是“显、潜”和“升、降”，因此，“显、潜”和“升、降”是振动曲线的定性表达。然而在圆周上利用“显、潜”“升、降”做定性交叉划分时，最多可以区分八个不同区域。要想不受限制地继续细分，对“显、潜”进行量化处理即可，可称为“显潜强度”。同样，对“升、降”也可以做定量处理，以“升降速度”作为量化指标，“升降速度”代表圆周上某点竖直方向的速度，可称为“升降强度”。对于匀速顺时针圆周运动来说，升极大值在左侧端点，降极大值在右侧端点。由于显潜强度的极值与振幅有关，升降速度与频率（即单位时间内的升降次数）有关，因此“显、潜”“升、降”与简谐振动的定量表达是相通的。

3 关于事物阴阳的两点说明

3.1 事物的阳性、阴性与事物的阳值、阴值

事物（包括现象）阴阳包括两种情况，一种是事物的阳性与阴性。其特点是在任意时刻宏观事物要么属于阳性、要么属于阴性，两者必居其一，即阳性与阴性不能同时存在。例如，对于某观察者来说，在某时刻昼与夜只居其一，不能同时存在。另一种是事物的阳值与阴值。其特点是在任意时刻事物既有阳值又有阴值，即阳值与阴值同时存在。例如，虽然昼为阳（阳性），但是在白昼中任意时刻既有阳值又有阴值，夜晚亦然。基于阴阳显潜升降

模型，可以引入阳值与阴值的定义与量化公式，具体来说，圆周上任意点的阳值与阴值可以根据该点到显潜极值点的纵向距离进行定义。在后面标题 9 中将讨论这部分内容。应当指出，不论阴性与阳性，还是阴值与阳值，阴和阳之间的关系都符合阴阳的集合划分定义。

3.2 事物的阴阳划分与阴阳变化

阴阳理论在应用时有两个重要方面：一个方面是事物的阴阳划分，即划分阴性与阳性；另一个方面是事物的阴阳变化，包括阴性与阳性的交替变化、阴值与阳值的消长变化。抽象的阴阳划分可以基于集合划分概念进行描述，参见《阴阳的集合划分定义》一文。具体的阴阳划分可以基于阴阳显潜升降模型进行分析。例如：显潜状态划分包括明与暗、热与寒、燥与湿、动与静、上与下、昼与夜、背与腹等。升降方式划分包括：向上与向下、出与入（由潜到显为出，由显到潜为入），膨胀与收缩（将模型推广到二维和三维，外为显，内为潜，由潜向显方向运动为膨胀，由显向潜方向运动为收缩）。事物的阴阳变化既有阴阳的交替变化，即阴性与阳性的互相转化，又有阴阳的此消彼长变化，即阴值与阳值的互相消长变化。此外两个事物在一定条件下也可以呈现阴阳消长变化，参见《阴阳的集合划分定义》。

4 阴阳变化的基础模型

由阴阳显潜升降模型图 2（1）可以得到阴阳变化的基础模型，同时引入了阳值与阴值的概念。如图 4 所示。

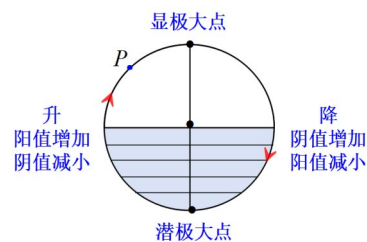


图 4 阴阳变化基础模型

Figure 4 Yin-yang change basic model

在图 4 中，以显潜两极为基础，根据 P 点与显极大点和潜极大点的纵向距离定义阳值与阴值。具体定义为：圆周上任意 P 点与潜极大点（或位于潜极大点下方的某点）的纵向距离为 P 点的阳值，P 点与显极大点（或位于显极大点上方的某点）的纵向距离为 P 点的阴值。具体表达式见后面标题 9 的内容。根据以上定义，圆周上任意一点都存在阳值

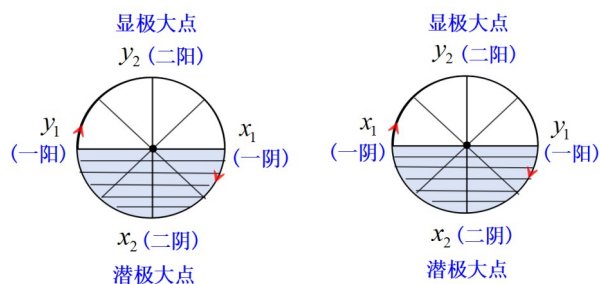
和阴值。 P 点与显极大点的纵向距离越近, P 点的阳值越大,而阴值越小。同样, P 点与潜极大点的纵向距离越近, P 点的阴值越大,而阳值越小。此外,当阳值极大(小)时,阴值一定极小(大)。当阳值单调增加(减小)时,阴值一定单调减小(增加)。这为前面论文中的阴阳等价数概念提供了前提条件。应当指出,以显、潜两极为基础定义阳值与阴值的大小,升、降只是代表增加或减小的方向。这对于分析河图、洛书、先天八卦图已经够用。然而根据对称性,以升降两极为基础,也可以定义阳值和阴值,并且在分析四象和三阴三阳时会用到。参见下面标题9的内容。

利用阴阳变化基础模型处理具体问题时通常是首先确定阴阳两极(显与潜的极值),然后确定阴阳增减变化,即以极值点为起点或终点,阳值或阴值沿顺时针或逆时针增减变化。为了方便应用,把阴阳变化分为离散型变化与连续型变化。下面分别讨论。

5 阴阳离散变化模型

5.1 阴阳变化的四分模型

由阴阳变化的基础模型(图4)可以得到阴阳变化的四分模型。如图5所示, y_2 为阳极大值, x_2 为阴极大值,图5(1)左侧以阳极大值为终点,沿顺时针阳值 $y_1 < y_2$ 单调增加,右侧以阴极大值为终点,沿顺时针阴值 $x_1 < x_2$ 单调增加。图5(2)左侧以阴极大值为起点,沿顺时针阴值 $x_2 > x_1$ 单调减小,右侧以阳极大值为起点,沿顺时针阳值 $y_2 > y_1$ 单调减小。注:每个点都有阳值和阴值,此时每个点只用阳值或阴值代表。



(1) 以显潜极值点为终点, 左侧阳值增加, 右侧阴值增加。
(2) 以显潜极值点为起点, 左侧阴值减小, 右侧阳值减小。

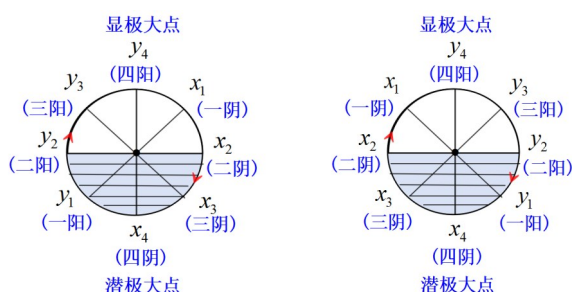
图5 阴阳变化的四分模型

Figure 5 Yin-yang change quadratic model

5.2 阴阳变化的八分模型

在阴阳变化四分模型(图5)的基础上进一步细分,可以得到阴阳变化的八分模型。如图6所

示, y_4 为阳极大值, x_4 为阴极大值。图6(1)左侧以阳极大值为终点,沿顺时针阳值 $y_1 < y_2 < y_3 < y_4$ 单调增加;右侧以阴极大值为终点,沿顺时针阴值 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ 单调增加。图6(2)左侧以阴极大值为起点,沿顺时针阴值 $x_4 > x_3 > x_2 > x_1$ 单调减小;右侧以阳极大值为起点,沿顺时针阳值 $y_4 > y_3 > y_2 > y_1$ 单调减小。注:每个点都有阳值和阴值,此时每个点只用阳值或阴值代表。



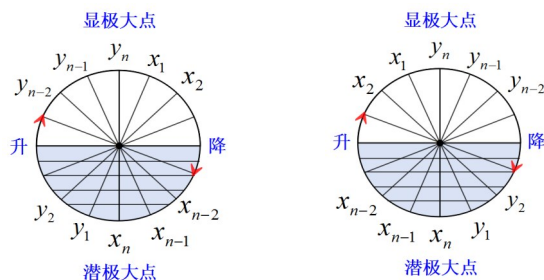
(1) 以显潜极值点为终点, 左侧阳值增加, 右侧阴值增加。
(2) 以显潜极值点为起点, 左侧阴值减小, 右侧阳值减小。

图6 阴阳变化的八分模型

Figure 6 Yin-yang change octonionic model

5.3 阴阳变化的 n 分模型

在以上讨论的基础上进一步细分,可以得到阴阳离散变化的 n 分模型。如图7所示, y_n 为阳极大值, x_n 为阴极大值。图7(1)左侧以阳极大值为终点,沿顺时针阳值单调增加,即 $y_1 < y_2 < y_3 < \dots < y_{n-1} < y_n$,右侧以阴极大值为终点,沿顺时针阴值单调增加,即 $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{n-1} < x_n$ 。图7(2)左侧以阴极大值为起点,沿顺时针阴值单调减小,即 $x_n > x_{n-1} > \dots > x_3 > x_2 > x_1$,右侧以阳极大值为起点,沿顺时针阳值单调减小,即 $y_n > y_{n-1} > \dots > y_3 > y_2 > y_1$ 。注:每个点都有阳值和阴值,此时每个点只用阳值或阴值代表。



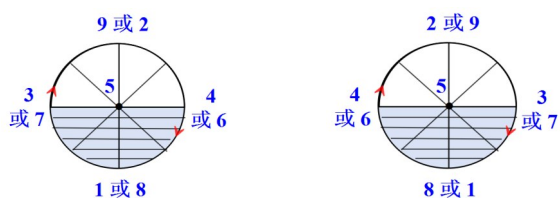
(1) 以显潜极值点为终点, 左侧阳值增加, 右侧阴值增加。
(2) 以显潜极值点为起点, 左侧阴值减小, 右侧阳值减小。

图7 阴阳变化的 n 分模型

Figure 7 Yin-yang change fractional model

6 利用阴阳变化的四分模型推导河图洛书

设阴阳数的取值范围为自然数 1 到 9，其中 5 为中间数。将阴阳数字代入到四分模型中，上端阳极大点可选数字为阳极大值 9 或阴极小值 2，下端阴极大点可选数字为阴极大值 8 或阳极小值 1。左侧阳值增加可以选择阳数 3 或 7，或阴值减小可以选择 4 或 6，右侧阴值增加可以选择阴数 4 或 6，或阳值减小可以选择 3 或 7。如图 8 所示。根据阴阳等价数 3~6，7~4 可知，图 8 (1) 和 (2) 是等效的，一般来说选取一种即可，在下面讨论中，只用图 8(1)。

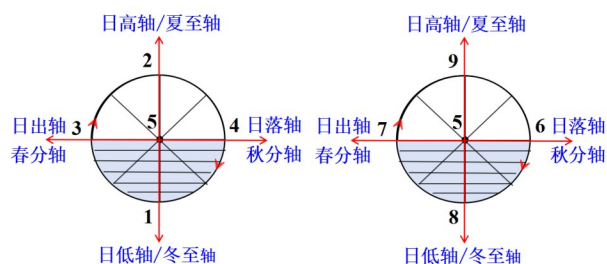


(1) 左侧阳值增加右侧阴值增加 (2) 左侧阴值减小右侧阳值减小

图 8 阴阳变化四分模型的阴阳数表示

Figure 8 Yin-yang number representation of yin-yang change quadratic model

下面推导河图的数字排列。在图 8 (1) 中特取两组数字（取其他数字可以得到等价形式），代入到日与年周期综合坐标系模型，如图 9 所示，该图代表一天或一年内太阳光照度的变化规律。

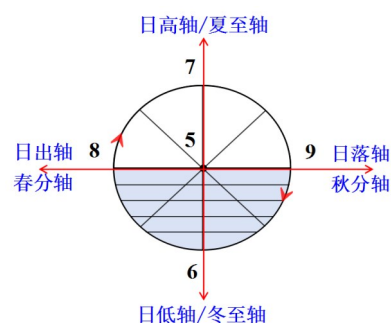


(1) 第一组阴阳数表示 (2) 第二组阴阳数表示

图 9 一天或一年内太阳光照度变化

Figure 9 Solar irradiation over a day or a year

由于地表大气温度变化滞后于太阳光照度变化，所以将图 9 (2) 沿顺时针向后顺延一个时段（注：由于四正分法的限制，只能旋转 90°。按照实际情况，温度极大值位于右上方斜线附近，极小值分别位于日出轴和左下方斜线附近），从而得到一天或一年内地表大气温度的变化规律，即地表大气温度变化滞后于太阳光照度变化。如图 10 所示。

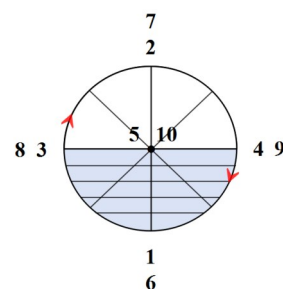


注：将图 9 (2) 顺时针转 90° 得到图 10。

图 10 一天或一年内地表大气温度变化

Figure 10 Surface atmospheric temperature changes over a day or a year

将图 9 (1) 与图 10 合起来，并且把前者数字放在内圈，把后者数字放在外圈，中间添加数字 10，便得到河图的数字排列，如图 11 所示。

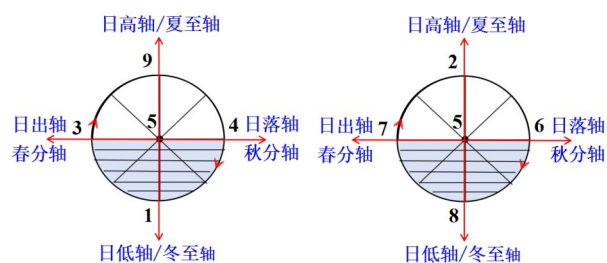


注：合并图 9 (1) 和图 10 得到图 11。

图 11 河图的数字排列

Figure 11 Numerical arrangement in Hetu (《河图》)

下面推导洛书的数字排列。在上面图 8 (1) 中特取两组数（取其它数字可以得到等价形式），代入到日与年周期综合坐标系模型，如图 12 所示，该图代表一天或一年内太阳光照度的变化规律。

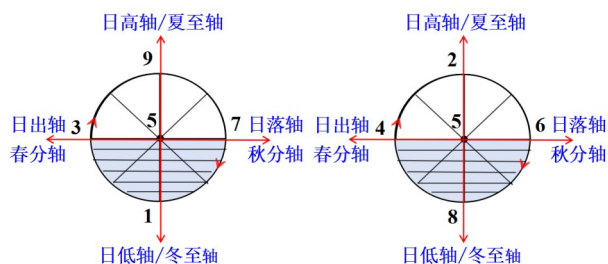


(1) 第一组阴阳数表示 (2) 第二组阴阳数表示

图 12 一天或一年内太阳光照度变化

Figure 12 Solar irradiation over a day or a year

将图 12 用阴阳等价数字（4~7）替换，便得到图 13。



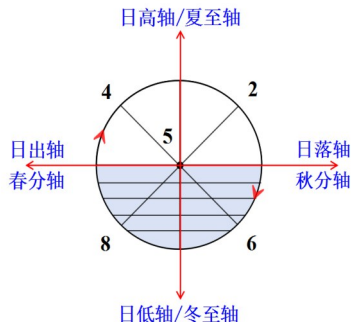
(1) 第一组阴阳数表示 (2) 第二组阴阳数表示

注：将图 12 做阴阳等价数替换得到图 13。

图 13 一天或一年内太阳光照度变化

Figure 13 Solar irradiation over a day or a year

由于地表大气温度变化滞后于太阳光照度变化，所以将图 13 (2) 沿顺时针旋转 45°，从而得到一天或一年内地表大气温度的变化规律，即地表大气温度变化滞后于太阳光照度变化。如图 14 所示。



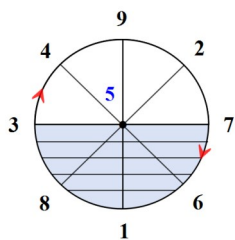
注：将图 13 (2) 顺时针转 45° 得到图 14。

图 14 一天或一年内地表大气温度变化

Figure 14 Surface atmospheric temperature changes

over a day or a year

将图 13 (1) 和图 14 合起来，即把四正和四隅合起来，便得到洛书的数字排列。如图 15 所示。



注：合并图 13 (1) 和图 14 得到图 15。

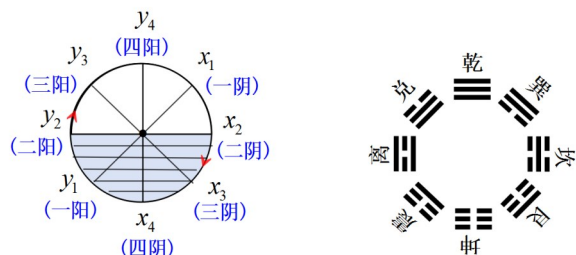
图 15 洛书的数字排列

Figure 15 Numerical arrangement in Luoshu (《洛书》)

7 利用阴阳变化的八分模型推导先天八卦图

实际上，先天八卦图就是阴阳变化的八分模型。在前面论文中已经讨论过，先天八卦图中的阴卦为（最左边记号为 0）：坤（四阴）=000，艮（三阴）=001，坎（二阴）=010，巽（一阴）=

011，阳卦为（最左边记号为 1）：乾（四阳）=111，兑（三阳）=110，离（二阳）=101，震（一阳）=100。将八种阴阳组合代入到八分模型即图 6 (1) 中，便得到先天八卦图。如图 16 所示。



(1) 八分模型

(2) 先天八卦图

图 16 阴阳变化的八分模型与先天八卦图

Figure 16 Yin-yang change octonionic model and the primordial Bagua diagram

8 利用阴阳变化的八分模型推导河图洛书

设阴阳数的取值范围为自然数 1 到 9，其中 5 为中间数。一阴、二阴、三阴、四阴分别用 2、4、6、8 表示，一阳、二阳、三阳、四阳分别用 1、3、7、9 表示，代入到八分模型即图 6 (1) 中，便得到该模型的阴阳数字表示，如图 17 所示。注：根据阴阳等价数概念，该图包含四正和四隅两个模型。

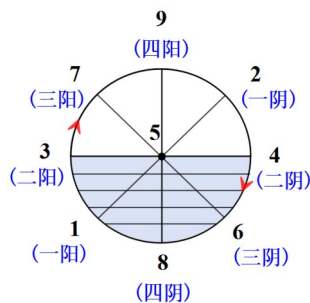
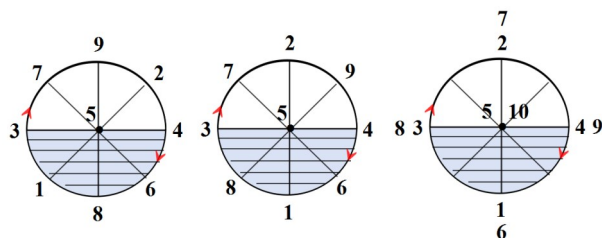


图 17 阴阳变化八分模型的阴阳数字表示

Figure 17 Numerical representation of yin and yang for yin-yang change octonionic model

下面推导河图的数字排列。首先将图 17 中的数字分为两组，即分别考察四正和四隅（从而一组阴阳等价数对应一个点，可以做阴阳等价数替换），然后分别用阴阳等价数替换，即 8~1，2~9，最后将四隅位置数字沿顺时针转 45°，即放在四正外圈位置，从而得到河图的数字排列。如图 18 所示。注：将四隅数字放在四正外圈位置的理由是，四隅数字与外圈数字的物理意义相同，都代表地表大气温度的变化规律，即地表大气温度变化滞后于太阳

光照度变化。

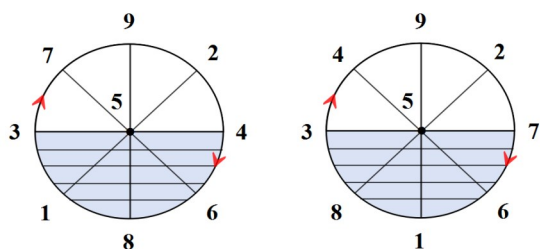


(1) 八分模型 (2) 阴阳等价数替换 (3) 河图

图 18 利用阴阳变化八分模型推导河图

Figure 18 Derivation from yin-yang change octonionic model to Hetu (《河图》)

下面推导洛书的数字排列。首先将图 17 中的数字分为两组，即分别考察四正和四隅（从而一组阴阳等价数对应一个点，可以做阴阳等价数替换），然后分别用阴阳等价数替换，即 8~1，4~7，从而得到洛书的数字排列，如图 19 所示。



(1) 八分模型

(2) 洛书

图 19 利用阴阳变化八分模型推导洛书

Figure 19 Derivation from yin-yang change octonionic model to Luoshu (《洛书》)

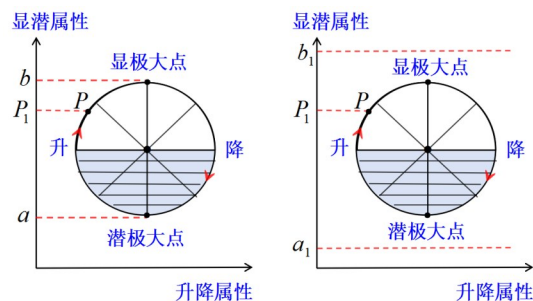
再次指出，以上推导时首先把图 17 中的数字分为两组，即看成两个四分模型（四正和四隅），然后分别用阴阳等价数替换。根据阴阳等价数的概念，一个点对应一组阴阳等价数，或者说，一组阴阳等价数代表一个点（或阴阳情况相同的点）。但是如果不分两个四分模型，那么图 17 中的 8 与 1 分别代表两个阴阳情况不同的点，因此图 17 中的数字 8 与 1 不是阴阳等价数，不能做等价替换，其余类同。然而如果把图 17 看成两个四分模型（四正和四隅），那么在两个四分模型中（四正数字是 8、9、3、4，四隅数字是 1、2、6、7），不会出现一组阴阳等价数即 1 与 8、2 与 9、3 与 6、4 与 7 同时代表两个点的情况，即它们都是阴阳等价数，因此在两个四分模型中可以分别进行阴阳等价数替换。当然替换结果也只能在两个四分模型中分别观看，即数字规律存在于两个四分模型中。从物理意义来看，两个四分模型的具体含义不同，四正代表

一天或一年内太阳光照度的变化规律，四隅代表一天或一年内地表大气温度的变化规律，即地表大气温度变化滞后于太阳光照度变化。

9 阴阳连续变化模型

9.1 阴阳连续变化的圆周模型

在前面阴阳变化的基础模型中已经说过，圆周上任意 P 点与显极大点（或大于显极大点）的纵向距离越近， P 点的阳值越大，而阴值越小。同样，圆周上任意 P 点与潜极大点（或小于潜极大点）的纵向距离越近， P 点的阴值越大，而阳值越小。因此可以根据 P 点与显潜极值点的纵向距离定义阳值与阴值。下面给出具体表达式。如图 20 所示。



(1) 特殊情形

(2) 一般情形

注：(1) 特殊情形中， P 点阳值： $y = |P_1 - a|$ ， P 点阴值： $x = |P_1 - b|$ ， P 点阴值 + P 点阳值 = $x + y = 2R$ ；(2) 一般情形中， P 点阳值： $y = |P_1 - a_1|$ ， P 点阴值： $x = |P_1 - b_1|$ ， P 点阴值 + P 点阳值 = $x + y = |b_1 - a_1|$ 。

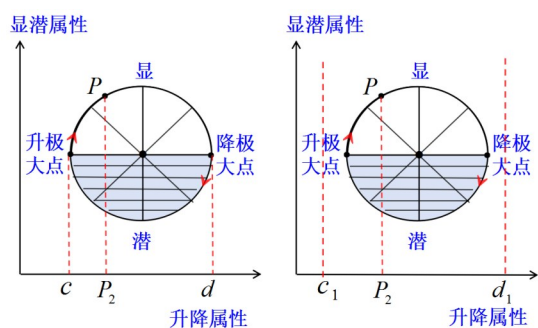
图 20 阴阳连续变化的圆周模型（以显潜两极为基础）

Figure 20 Circumferential model of continuous change of yin and yang (based on manifesting and subduing poles)

在图 20 中，设 P 点在纵轴投影点为 P_1 ， P 点的阳值为 P_1 到 a_1 ($a_1 \leq a$) 的距离，即 $y = |P_1 - a_1|$ 。 P 点的阴值为 P_1 到 b_1 ($b_1 \geq b$) 的距离，即 $x = |P_1 - b_1|$ 。由此定义可以得到阳值与阴值的重要性质：阴值 x + 阳值 y = 常数（区间长度）。做归一化处理可以得到：准阴值 + 准阳值 = 1。易见， P 点与右侧对称点的阳值与阴值相同，然而两点所在半圆的升降情况不同。在河图、洛书以及前面的阴阳变化离散模型中，如果左、右两点的阴值和阳值不分别相等，那么说明两点并不是严格意义的对称点，而是两个对称区域内的某个点。

以上以显潜两极为基础来定义阳值与阴值，可以称为关于显潜的阳值与阴值。同理，以升降两极为基础也可以定义阳值与阴值，可以称为关于升降的阳值与阴值。如前所述，对于匀速顺时针圆周运

动来说, 如果以圆周上某点竖直方向的速度代表该点的升降强度, 那么升极大点在左端点、降极大点在右端点。以升降两极为基础的阳值与阴值定义, 如图 21 所示。此时上下两个对称点的阳值与阴值相同, 然而两点的显潜情况不同。综上所述, 如果同时考虑显、潜与升、降四个极值点, 那么每点的阳值与阴值由四个数值确定, 此时每个点的阳值与阴值都是不同的。顺便指出, 以上直角坐标系采用右手系, 若配合逆时针模型, 则升极大点在右端, 降极大点在左端, 从而符合现代数学习惯。



(1) 特殊情形

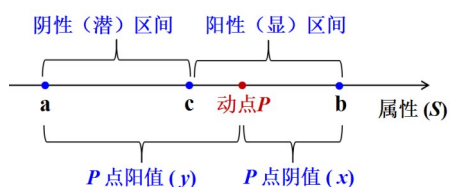
(2) 一般情形

注: (1) 特殊情形中, P 点阳值: $y_1 = |P_2 - d|$, P 点阴值: $x_1 = |P_2 - c|$, P 点阴值 + P 点阳值 = $x_1 + y_1 = 2R$; (2) 一般情形中, P 点阳值: $y_1 = |P_2 - d_1|$, P 点阴值: $x_1 = |P_2 - c_1|$, P 点阴值 + P 点阳值 = $x_1 + y_1 = |d_1 - c_1|$ 。

图 21 阴阳连续变化的圆周模型 (以升降两极为基础)
Figure 21 Circumferential model of continuous change of yin and yang (based on ascending and descending poles)

9.2 阴阳连续变化的简谐振动模型

将上述图 20 (1) 模型投影到纵轴, 便得到阴阳连续变化的简谐振动模型。如图 22 所示。



注: P 点阴值: $x = |P - b|$, P 点阳值: $y = |P - a|$, 阴值 + 阳值 = $x + y = |b - a| = \text{常数}$ 。

图 22 阴阳连续变化的简谐振动模型

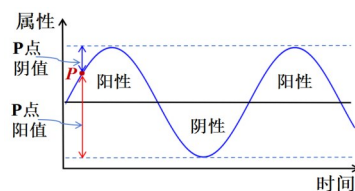
Figure 22 Simple harmonic vibration models of yin-yang continuous changes

由图 22 可见, P 点阳值为该点到区间左端点的距离, 即 $y = |P - a|$ 。 P 点阴值为该点到区间右端点的距离, 即 $x = |P - b|$ 。由阴值与阳值的定义容

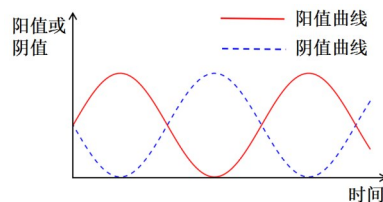
易得到, 阴值 x + 阳值 y = 常数 (区间长度)。做归一化处理可以得到: 准阴值 + 准阳值 = 1。此外, 阳性、阴性与阳值、阴值的关系为: 设 c 为 $[a, b]$ 中点, 当 P 点阳值大于 P 点阴值时, P 点为阳性, 当 P 点阳值小于 P 点阴值时, P 点为阴性。由图 20 和 22 可知, 任意一点都存在阳值和阴值, 并且当阳值极大 (小) 时, 阴值一定极小 (大)。当阳值单调增加 (减小) 时, 阴值一定单调减小 (增加)。

9.3 利用阴阳简谐振动模型推导阴阳变化基本规律

由阴阳简谐振动模型 (图 22) 可以得到动点的简谐振动曲线以及动点的阴值与阳值变化曲线, 如图 23 所示。其中图 23 (1) 体现了事物阴阳 (阴性与阳性) 的交替转化规律, 图 23 (2) 体现了事物阴阳 (阴值与阳值) 的互为消长规律。两者都体现了阴阳物极必反规律。因此, 由阴阳连续变化的简谐振动模型 (或圆周模型) 可以推导出阴阳变化的基本规律。



(1) 阴性阳性交替转化规律



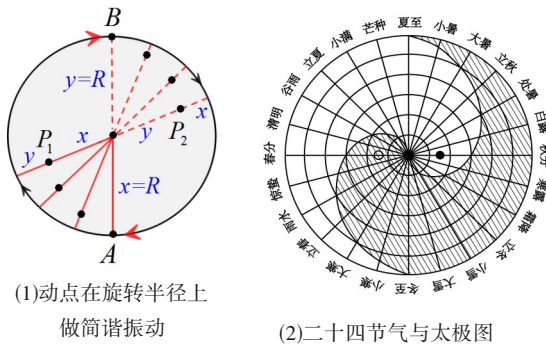
(2) 阴值阳值互为消长规律

图 23 利用阴阳简谐振动模型推导阴阳变化基本规律
Figure 23 Derivation of the basic laws of yin and yang changes using simple harmonic vibration models of yin-yang changes

9.4 利用阴阳简谐振动模型推导太极图

利用阴阳简谐振动模型导出太极图的方法是, 动点在旋转半径上做简谐振动。具体如图 24 (1) 所示, 设一条直径上的两个端点, 即圆周上两个相对点 A 和 B, 动点 P_1 从 A 点开始、动点 P_2 从 B 点开始, 各自在各自半径上做相同的简谐振动, P_1 到圆心的距离为阴值, 到圆周上点的距离为阳值。与之对称, P_2 到圆心的距离为阳值, 到圆周上点的距离为阴值。当两条半径绕圆心匀速旋转 180° , 并且 P_1 和 P_2 由端点同时到达圆心时, 便得到太极图, 如图 24 (2) 所示。当 P_1 和 P_2 完成一个周期各自回

到起点时，可以得到两个对称的太极图和心形线。



注：图（1）中阴值 x + 阳值 $y = R$ （半径）

图 24 阴阳简谐振动模型与太极图

Figure 24 Simple harmonic vibration models of yin-yang changes and taiji diagram

一些学者发现，根据《周髀算经》记载的主表测影数值，可以得到太极图^[7-8]。以影长值减去夏至影长值作为阴值，阴值的互补值作为阳值（即阳值=半径-阴值），在两半圆的半径上对称标记阴值与阳值，便得到二十四节气太极图，如图 24（2）所示。在太极图的双眼中反复嵌套太极图便得到具有分形特征的太极嵌套图^[9]。太极图容易与先天八卦图建立对应关系，也有学者将太极图与三阴三阳建立联系。笔者根据太极图与思维经验曾经提出圆通思维与灵感（创造）思维状态模型，前者为具体显（明）、抽象潜（暗），后者为具体潜（暗）、抽象显（明）。表达了显与潜、中心与周围、具体与抽象、阴平与阳秘、缘起与性空的关系。将两模型结合便得到太极思维模型，如图 25 所示。具体讨论从略。

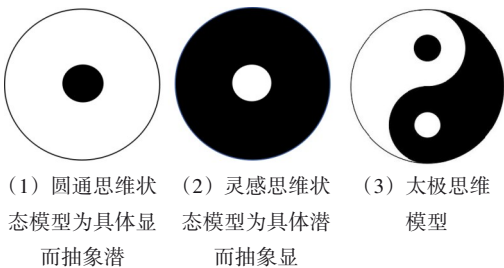


图 25 三种思维模型

Figure 25 Three thought models

10 阴阳理论现代化表达的整体逻辑框架

笔者以中华文化和中医理论为主体和出发点，结合数学和科学理论中的公理化思想对古今阴阳概念和理论做了初步的梳理与研究。在四篇系列论文中，从六个方面进行了探讨：1）河图与洛书（阴

阳的数字表达）。重点讨论基本规则和基本原理，由此推导或证明河图与洛书。2）先天八卦图与后天八卦图（阴阳的符号表达）。重点讨论先天八卦图的基本规则和基本原理，证明先天八卦图与河图洛书可以互相导出，给出从先天八卦图到后天八卦图的逻辑推演。3）太极图（阴阳的图形表达）。重点讨论利用阴阳简谐振动模型推导太极图。4）阴阳概念的前后逻辑演化（阴阳的演化表达），即从无极、太极到阴阳的演化，以及从阴阳到四象、五行的演化。重点是给出中国传统文化中一些基本概念几何生成模型。5）阴阳的集合划分定义（阴阳的集合论表达）。集合论是数学的基础，此时的重点是给出阴阳关系的基本数学公式（方程组）。6）阴阳的显潜升降模型（阴阳的模型表达）。重点是该模型可以推导出阴阳理论的主要基础内容，还可以演化出四象、五行及三阴三阳等模型。综合上述六个方面的内容，可以得到阴阳理论现代化表达的整体逻辑框架。如图 26 所示。由框架图可见，在中医理论之前，需要有坚实的中华传统文化和抽象的阴阳理论作为基础和支撑。

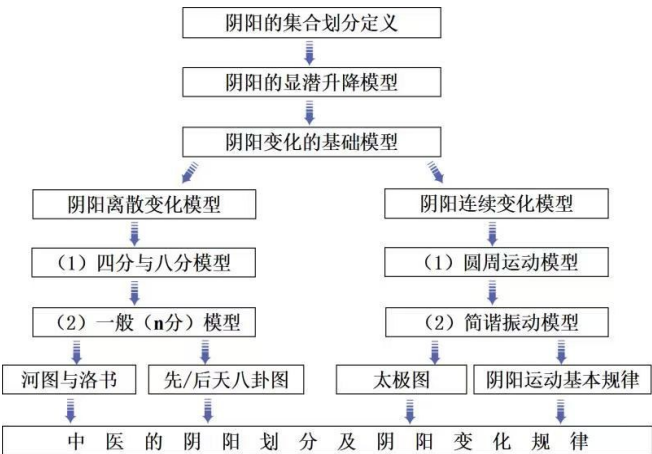


图 26 阴阳理论现代化表达的整体逻辑框架

Figure 26 A logical framework for modern formulation of yin-yang theory

11 小结

本文及前两篇文章从四个方面推导河图与洛书。一是根据一天或一年内太阳光照度与地表大气温度的变化规律以及阴阳等价数进行推导。二是根据先天八卦图以及阴阳等价数进行推导（过程可逆，可以互推）。三是根据阴阳离散变化的四分模型以及阴阳等价数进行推导。四是根据阴阳离散变化的八分模型以及阴阳等价数进行推导。在中华传统文化包括中医理论基础中有非常重要的五张图：

即河图、洛书、先天八卦图、后天八卦图、太极图,本专栏论文做了初步讨论。还有非常明显的演化逻辑主线,即无极、太极、阴阳、三才、四象、五行、三阴三阳、七曜、八卦、九宫等,本论文对前几项内容做了初步讨论,给出了几何生成模型。与此同时,对阴阳显潜升降模型做了详细讨论,给出了阴阳理论现代化表达的逻辑框架。笔者认为,对于一般的理论知识系统,从逻辑角度来说,不同层次之间存在如下关系(层次原理):由系统低层到系统高层(即由下到上)具有不完备性或不完全性,由系统高层到系统低层(即由上到下)具有不确定性或不唯一性。篇幅所限,论证从略。一般来说,低维与高维、局部与整体、具体与抽象、结构与功能、症状与证型、术与道、还原论与整体论都存在上述关系。与之相对应,数学中有哥德尔不完全性定理。综上所述,出发点即起点不同,理论体系亦不同,例如当前西医(“由下到上”为主)与传统中医(“由上到下”为主),两者不能替代,具有互补性。此外,从构建理论体系的角度来说,在已有丰富素材的基础上,应当首先在抽象层面建立逻辑严谨的理论体系,然后将抽象理论应用到具体学科之中。实际上,中国古人以天道为起点(如日周期与年周期),建立理论模型后再推广应用于

人道(即天人相应或天人合一),已经使用了这种方法并且取得了巨大成功。这是构建数理科学理论的基本方法(即公理化方法),同时也是以中华优秀传统文化包括中医理论为主体或出发点的研究方法。

参考文献

- [1]陈瑞祥.五行公理系统及其模型[J].中医杂志,2014,55(9):721-727.
- [2]张岱年.中国哲学大纲[M].北京:生活·读书·新知三联书店,2005.
- [3]韩祥临,王生飞,王星鑫,徐锋.数学概念之源[M].杭州:浙江大学出版社,2022:6.
- [4]陈瑞祥.五行公理系统的生克关系.中医杂志[J].2014,55(16):1351-1356.
- [5]陈瑞祥.五行公理系统中“T(土)行”的四种有序偶表达式与四种五角形生克模型[J].中医杂志,2018,59(18):1539-1545.
- [6]丘成桐,夫蒂夫·纳迪斯.大宇之形[M].翁秉仁,赵学信,译.长沙:湖南科学技术出版社,2008:10.
- [7]田合禄.论太极图是原始天文图[J].晋阳学刊,1992,12(5):23-28.
- [8]田合禄.《黄帝内经》“移光定位”天序诞生太极图[J].中华中医药杂志,2021,36(12):7381-7382.
- [9]陈瑞祥,李欣荣.分形与“太极嵌套图”[J].北京针灸骨伤学院学报,1998,5(1):59-62.

Derivations of *Hetu* (《河图》), *Luoshu* (《洛书》), Primordial Bagua Diagram and *Taiji* Diagram Based on *Yin-Yang* Manifesting-Subduing Ascending-Descending Model

CHEN Ruixiang

School of Chinese Materia Medica, Beijing University of Chinese Medicine, Beijing, 102488

ABSTRACT This paper presented a unifying derivation based on the *yin-yang* manifesting-subduing ascending-descending model, leading to *Hetu* (《河图》), *Luoshu* (《洛书》), the primordial Bagua diagram, and *taiji* diagram. From the geometric generative models of concepts including *wuji*, *taiji*, *yin-yang*, three elements, four images and five phases, we discussed the *yin-yang* manifesting-subduing ascending-descending model with details, and further derived the basic model for expressing changes of *yin-yang*. Such *yin-yang* change basic model could be divided into discrete and continuous change. Discrete changes include quadratic, octonionic, and fractional models. Continuous changes include circular motion models and simple harmonic vibration models. From the quadratic model, the *Hetu* and *Luoshu* could be deduced. From the octonionic model, the primordial Bagua diagram, *Hetu* and *Luoshu* could be deduced. From the simple harmonic vibration model, *taiji* diagram and the basic laws of motion of *yin* and *yang* could be deduced. Finally, a logical framework for modern formulation of *yin-yang* theory was given.

Keywords *yin-yang* manifesting-subduing ascending-descending model; *yin-yang* simple harmonic vibration model; the primordial Bagua diagram; *Hetu* (《河图》); *Luoshu* (《洛书》); *taiji* diagram

(收稿日期: 2024-08-05; 修回日期: 2024-10-16)

[编辑: 焦 爽]